ε.δε.μ²
ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ & ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΜΑΘΗΣΗ

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΜΑΘΗΣΗ

Ενισχυτική Μάθηση με Προσεγγιστικές Μεθόδους:

1. Μάθηση Χρονικών Διαφορών, TD (Temporal Difference) Learning
2. Στοχαστικός Αλγόριθμος Q-Learning
3. Κατανεμημένη Υλοποίηση Ενισχυτικής Μάθησης
4. Αλγόριθμος Bellman-Ford, Δρομολόγηση BGP στο Internet

καθ. Βασίλης Μάγκλαρης
maglaris@netmode.ntua.gr
www.netmode.ntua.gr
Αίθουσα 002, Νέα Κτίρια ΣΗΜΜΥ
Τρίτη 2/5/2023

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΜΑΘΗΣΗ

Σύνοψη Εννοιών Δυναμικού Προγραμματισμού (1/2)

D. P. Bertsekas & *J. Tsitsiklis*, "**Neuro-Dynamic Programming**," Athena MA 1996

R. S. Sutton & *A. G. Barto*, "**Reinforcement Learning**," MIT Press 2018

Βασικές Παραμέτροι Δυναμικού Προγραμματισμού - Ελαχιστοποίηση Κόστους

Άμεσο Κόστος (***Observed Cost***) βήματος μετάβασης $i \to j$ με απόφαση a: $g(i,a,j)$

Άμεσο Αναμενόμενο Κόστος (***Immediate Expected Cost***) κατάστασης i, απόφασης a:

$$c(i,a) \triangleq \sum_{j=1}^{N} p_{ij} g(i,a,j)$$

Ορισμός ***Cost-to-Go*** : $J^{\mu}(i) = c(i,\mu(i)) + \gamma \sum_{j=1}^{N} p_{ij}(\mu(i))\, J^{\mu}(j)$ για $\forall i$ και πολιτική $\mu(i)$

Βέλτιστα ***Cost-to-Go*** (***Bellman***): $J^{*}(i) = \min_{a \in \mathcal{A}_i} \left(c(i,a) + \gamma \sum_{j=1}^{N} p_{ij} J^{*}(j) \right), i = 1,2,\dots,N$

Ορισμός ***Q-Factors***: $Q^{\mu}(i,a) \triangleq c(i,a) + \gamma \sum_{j=1}^{N} p_{ij}(a)\, J^{\mu}(j)$ για $\forall i$ και $\forall a \in \mathcal{A}_i$

Βασικές Παραμέτροι Δυναμικού Προγραμματισμού - Μεγιστοποίηση Οφέλους

Άμεση Ανταμοιβή (***Observed Reward***) βήματος μετάβασης $i \to j$ με απόφαση a: $R(i,a,j)$

Άμεση Αναμενόμενη Ανταμοιβή (***Immediate Expected Reward***) κατάστασης i, απόφασης a:

$$r(i,a) \triangleq \sum_{j=1}^{N} p_{ij} R(i,a,j)$$

Ορισμός ***Value Function*** : $V^{\mu}(i) = r(i,\mu(i)) + \gamma \sum_{j=1}^{N} p_{ij}(\mu(i))\, V^{\mu}(j)$ για $\forall i$ και πολιτική $\mu(i)$

Βέλτιστα ***Values*** (***Bellman***): $V^{*}(i) = \max_{a \in \mathcal{A}_i} \left(r(i,a) + \gamma \sum_{j=1}^{N} p_{ij} V^{*}(j) \right), i = 1,2,\dots,N$

Ορισμός ***Q-Factors***: $Q^{\mu}(i,a) \triangleq r(i,a) + \gamma \sum_{j=1}^{N} p_{ij}(a)\, V^{\mu}(j)$ για $\forall i$ και $\forall a \in \mathcal{A}_i$

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΜΑΘΗΣΗ

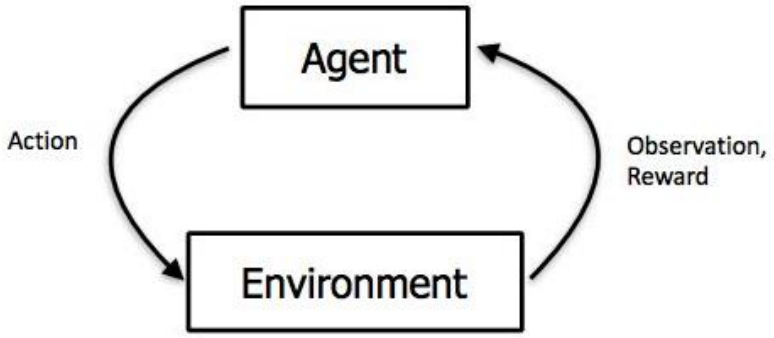
Σύνοψη Εννοιών Δυναμικού Προγραμματισμού (2/2)

Model-based & Model-free Reinforcement Learning

https://www.is.uni-freiburg.de/ressourcen/business-analytics/13_reinforcementlearning.pdf

- Αλγόριθμοι ***Model-based*** βασίζονται σε γνώση μοντέλων εξέλιξης του περιβάλλοντος, δηλαδή πιθανοτήτων μετάβασης $p_{ij}(a)$ ***Markov Decision Processes***, και εφαρμογή επαναληπτικών μεθόδων ***Policy*** ή ***Value Iteration***

- Αλγόριθμοι ***Model-free*** βασίζονται σε απευθείας μετρήσεις ή εκτιμήσεις σειράς εναλλαγής καταστάσεων του περιβάλλοντος (π.χ. με προσομοιώσεις ***Monte Carlo*** τροχιών καταστάσεων) και αναζήτηση βέλτιστων πολιτικών παρέμβασης του ***Agent*** με βάση την αποκτούμενη γνώση του κατά τη διαδικασία μάθησης, χωρίς πρότερη γνώση παραμέτρων του δυναμικού μοντέλου του περιβάλλοντος



ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΜΑΘΗΣΗ

Απευθείας Προσεγγιστικές Μέθοδοι Δυναμικού Προγραμματισμού (1/3)

Οι δύο ***Model-based*** αλγόριθμοι Δυναμικού Προγραμματισμού (***Value Iteration*** & ***Policy Iteration***) προαπαιτούν γνώση των **πιθανοτήτων μεταβάσεων** $p_{ij}(a)$ και του ***άμεσα αναμενόμενου κόστους*** κατάστασης i και απόφασης a

$$c(i,a) = \sum_{j=1}^{N} p_{ij}(a) g(i,a,j)$$

εκτιμώμενου με βάση τα **γνωστά** ***observed κόστη μετάβασης*** $i \to j$ που καθορίζονται από μια πολιτική $a = \mu(i)$

$$g(i,a,j) = g(i,\mu(i),j) \triangleq g(i,j)$$

Οι απευθείας ***Model-free*** προσεγγιστικές μέθοδοι (***Direct Approximate Dynamic Programming Methods***) ορίζουν σε κάθε βήμα την επόμενη μετάβαση $i \to j$ με απόφαση $a = \mu(i)$ και με γνωστό κόστος $g(i,a,j)$ και εκτιμούν τα αναμενόμενα κόστη καταστάσεων - αποφάσεων $c(i,a)$ πολιτικών $a = \mu(i)$ σαν μέσες τιμές ανεξαρτήτων τροχιών (***trajectories***) που επισκέπτονται την κατάσταση i κατά τη διαδικασία μάθησης

Αντιστοιχούν στους δύο βασικούς αλγόριθμους Δυναμικού Προγραμματισμού με τις εξής ***Model-free*** παραλλαγές:

- **Value Iteration** → **Temporal-Difference *TD*(0) Learning**
- **Policy Iteration** → ***Q*-Learning**

Οι απευθείας προσεγγιστικές μέθοδοι θεωρούνται οι κύριες υλοποιήσεις της Ενισχυτικής Μάθησης: **Reinforcement Learning** ≅ **Direct Approximations of Dynamic Programming**

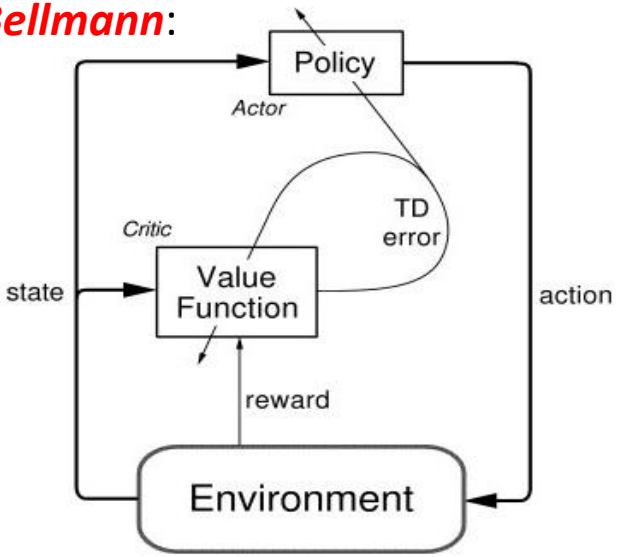
ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΜΑΘΗΣΗ

Απευθείας Προσεγγιστικές Μέθοδοι Δυναμικού Προγραμματισμού (2/3)

Ορισμοί *on-policy*, *off-policy*

- Η ***on-policy*** σε κάθε βήμα εκτιμά (με μετρήσεις ή προσομοιώσεις ***Monte Carlo***) τα ***Cost-to-Go*** $J(i)$ των καταστάσεων i. Με επισκέψεις καταστάσεων κατά μήκος μιας τροχιάς (***trajectory***) οδηγούμενες από αποφάσεις $i \rightarrow \alpha$, ανανεώνονται οι συναρτήσεις $J(i)$ και οδηγούνται προς σύγκλιση σύμφωνα με τις εξισώσεις του ***Bellmann***:

  Value Iteration → *TD*(0)-Learning



Actor-Critic *TD*-Learning Model: ***A.G. Barto***, ***R.S. Sutton*** & ***C.W. Anderson*** "**Neuronlike adaptive elements that can solve difficult learning control problems**," IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, vol. SMC-13, Sept. – Oct. 1983

- Η ***off-policy*** συγκρίνει εναλλακτικές αποφάσεις a σε καταστάσεις του περιβάλλοντος i μιας τροχιάς (***trajectory***) με εκτιμήσεις των $Q(i,a)$ ώστε σε επόμενο βήμα (επανάληψη) ο agent να **επιλέξει** με απληστία αποφάσεις με το ελάχιστο $Q(i,a)$ για την κατάσταση i. Το ***Cost-to-Go*** $J^{\mu}(i)$ μιας προσωρινής πολιτικής μ εκτιμώνται με μετρήσεις ή προσομοιώσεις ***Monte Carlo*** των ***trajectories*** που προέκυψαν με την παρούσα πολιτική, χωρίς να συμπεριλαμβάνονται άπληστες αποφάσεις $i \rightarrow \alpha$ που θα προκύψουν από τα ***Q-Factors*** στο επόμενο βήμα:

  Policy Iteration → *Q*-Learning

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΜΑΘΗΣΗ

Απευθείας Προσεγγιστικές Μέθοδοι Δυναμικού Προγραμματισμού (3/3)

Γενική Μεθοδολογία Προσομοίωσης Τροχιών Monte Carlo

- Οι προσομοιώσεις ***Monte Carlo*** δημιουργούν σενάρια πολλαπλών πιθανών τροχιών (***system trajectories***) της εξέλιξης του ***Markov Decision Process*** από μια αρχική κατάσταση i_0 μέχρι κάποια τελική $i_n \to i_T$ (T - *Terminal*: Βήμα τερματισμού τροχιάς)

- Για περιπτώσεις πεπερασμένου ορίζοντα $\{0,1,\dots,K\}$ ορίζεται και ο όρος **επεισόδιο** για υλοποίηση πλήρους τροχιάς $i_0 \to i_K$ **κατά μήκος όλου του ορίζοντα**. Οι **τροχιές** ορίζονται για υποσύνολα της εξέλιξης του περιβάλλοντος, άρα η καταγραφή τους ισχύει και για σενάρια απείρου ορίζοντα $K \to \infty$

- Η διαδικασία μάθησης περιλαμβάνει δειγματοληπτική καταγραφή (***Monte Carlo Sampling***) πολλών ανεξάρτητων ***trajectories*** που δημιουργούνται σε κάθε επίσκεψη στη κατάσταση i_n με εξερεύνηση (***exploration***) εναλλακτικών επόμενης κατάστασης i_{n+1} . Οι τροχιές μπορεί να αγνοούν δυσπρόσιτες ή/και σπανίως επισκέψιμες καταστάσεις

- Οι τιμές συναρτήσεων ***cost-to-go*** $J^{\mu}(i)$ανανεώνονται σε κάθε προσομοίωση με προσθήκη του (εκ των προτέρων **γνωστού** από τη διατύπωση του προβλήματος) ***άμεσου*** (***observed***) ***κόστους μετάβασης*** $g(i,j)$ σε επισκέψεις προσομοιωμένης τροχιάς μεταβάσεων του περιβάλλοντος από κατάσταση i προς κατάσταση j

- Οι μέθοδοι ***Monte Carlo*** απαιτούν γνώση της δομής του περιβάλλοντος από εμπειρία (όχι από γνώση πιθανοτήτων μετάβασης), διαχειρίσιμο αριθμό παρατηρήσιμων (***observable***) καταστάσεων και σημαντικό αριθμό από ***trajectories*** για καλές εκτιμήσεις

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΜΑΘΗΣΗ

Προσεγγιστικός Αλγόριθμος *TD*(0) Learning (1/2)

Value Iteration → Temporal-Difference *TD*(0) Learning

Με επανειλημμένες προσομοιώσεις ***Monte Carlo*** δημιουργούμε M ***trajectories*** (τροχιές) του περιβάλλοντος με κάποια πολιτική μ και προσεγγίζουμε τα ***Costs-to-Go*** $J^{\mu}(i_n)$ με βάση τις εξισώσεις του ***Bellman*** από i_n, $n < T$, προς τελική κατάσταση $i_T = 0$:

$$J^{\mu}(i_n) = \mathrm{E}[g(i_n, i_{n+1}) + \gamma J^{\mu}(i_{n+1})] = \mathrm{E}\left[\sum_{k=0}^{T-n-1} \gamma^k g(i_{n+k}, i_{n+k+1})\right] = \mathrm{E}[c(i_n)]$$

Τα $J^{\mu}(i_n)$ εκτιμώνται σαν ***ensemble averages*** του υπολειπόμενου κόστους $J(i_n)$ κατά μήκος M τροχιών $\{i_n, i_{n+1}, \dots, i_T\}$. Το κόστος μιας τροχιάς είναι $c(i_n) \triangleq \sum_{k=0}^{T-n-1} \gamma^k g(i_{n+k}, i_{n+k+1})$ και για M ανεξάρτητες τροχιές ο μέσος όρος $J(i_n) = \mathrm{E}[c(i_n)]$ εκτιμάται σαν

$$J(i_n) = \mathrm{E}[c(i_n)] \cong \frac{1}{M} \sum_{M} c(i_n)$$

Τα κόστη $J(i_n)$ συγκλίνουν μέσω ***Robbins-Monro Successive Approximations*** που διορθώνουν εκτιμήσεις τιμών τους (***updates***) σε κάθε επίσκεψη της κατάστασης i_n κατά την εξέλιξη μιας τροχιάς $i_n \to i_{n+1}$ με συντελεστή μάθησης (***learning rate***) η_n:

$$J(i_n) \coloneqq J(i_n) + \eta_n[g(i_n, i_{n+1}) + \gamma J(i_{n+1}) - J(i_n)] = J(i_n) + \eta_n d_n$$

Το σφάλμα $d_n \triangleq g(i_n, i_{n+1}) + \gamma J(i_{n+1}) - J(i_n)$, $n = 0,1, \dots, T-1$ ονομάζεται χρονική διαφορά (***Temporal Difference***, ***TD***) στο βήμα n μίας ***trajectory.*** Οδηγεί τα $J(i_n)$ προς σύγκλιση ελαχιστοποιώντας το σφάλμα d_n με επαναλήψεις ***ανεξάρτητων*** τροχιών που προκύπτουν από την εφαρμογή μιας πολιτικής μ

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΜΑΘΗΣΗ

Προσεγγιστικός Αλγόριθμος *TD*(0) Learning (2/2)

Value Iteration → Temporal-Difference *TD*(0) Learning

Εναλλακτικός αλγόριθμος ***update*** προκύπτει από την μακρόχρονη επαναληπτική σχέση:

$$J(i_n) \coloneqq J(i_n) + \eta_n \left(\sum_{k=0}^{T-n-1} \gamma^k g(i_{n+k}, i_{n+k+1}) - J(i_n) \right) = J(i_n) + \eta_n \sum_{k=0}^{T-n-1} \gamma^k d_{n+k}$$

Τα ***costs-to-go*** εκτιμώνται σαν μέσοι όροι (***ensemble averages***) σε μεγάλο αριθμό M επαναλήψεων προσομοιώσεων με πολλαπλές επισκέψεις καταστάσεων i_n στο βήμα n κάποιας ***trajectory***

$$J^{\mu}(i_n) = \mathrm{E}\left[\sum_{k=0}^{T-n-1} \gamma^k g(i_{n+k}, i_{n+k+1}) \right] = \mathrm{E}[c(i_n)] \cong J(i_n) = \frac{1}{M} \sum_{M} c(i_n)$$

όπου

$$c(i_n) \triangleq \sum_{k=0}^{T-n-1} \gamma^k g(i_{n+k}, i_{n+k+1})$$

Οι συναρτήσεις $J(i_n)$υπολογίζονται με επαναλαμβανόμενες επισκέψεις της i_n σε παρατηρήσιμες (***observable***) τροχιές T βημάτων που παράγονται από προσομοιώσεις ***Monte Carlo***

$$J(i_n) \coloneqq J(i_n) + \eta_n \big(c(i_n) - J(i_n) \big)$$

με αρχικές συνθήκες $J(i_n) = 0$ και ***learning rate*** $\eta_n = {}^1\!/_n\,,\ n = 1,2,\dots,T$

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΜΑΘΗΣΗ

Προσεγγιστικός Αλγόριθμος *Q*-Learning (1/2)

Policy Iteration → *Q*-Learning

Αλγόριθμος Υπολογισμού $Q^*(i,a)$ με Successive Approximations (*Robins-Monro*)

$$Q(i,a) := (1-\eta)Q(i,a) + \eta \sum_{j=1}^{N} p_{ij}(a)\left[g(i,a,j) + \gamma \min_{b\in\mathcal{A}_j} Q(j,b)\right] \text{ για } \forall(i,a)$$

Από το όριο $Q^*(i,a)$ των επαναλήψεων προσδιορίζεται ο πίνακας βέλτιστης πολιτικής π με αντιστοίχηση

$$\mu^*(i) = \arg\min_{a\in\mathcal{A}_i} Q^*(i,a) \text{ για } i = 1,2,\dots,N$$

- Προσδιορισμός πολιτικής βέλτιστης συμπεριφοράς (***off-policy behavior generation***) μέσω επεξεργασίας *πολλαπλών* ***trajectories*** (τροχιών) για δυνατά σενάρια αποφάσεων: ***Q*-Learning**
- Ορίζουμε $s_n \triangleq (i_n, a_n, j_n, g_n)$ στο βήμα n μιας ***trajectory*** όταν η κατάσταση του περιβάλλοντος οδηγείται σε μετάβαση $i_n \to i_{n+1} = j_n$ με απόφαση του agent a_n και ***observed*** κόστος μετάβασης $g_n = g(i_n, a_n, j_n)$
- Με βάση την καταγραφή των s_n σε εναλλακτικές ***trajectories*** ο αλγόριθμος ***Q*-Learning** οδηγεί το σύστημα στη μάθηση βέλτιστης πολιτικής σαν υλοποίηση του ***policy iteration***
- **Προϋπόθεση**: Η i_n που προκύπτει σε μια ***trajectory*** πρέπει να είναι ***fully observable***

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΜΑΘΗΣΗ

Προσεγγιστικός Αλγόριθμος *Q*-Learning (2/2)

Στοχαστική Model-free Παραλλαγή με Προσομοίωση Τροχιών Monte Carlo

Για να αποφύγουμε γνώση των $p_{ij}(a)$ ορίζουμε τροχιά (***trajectory***) από αρχική κατάσταση i_0 μέχρι την i_n με προσομοίωση ***Monte Carlo*** εξέλιξης της **συμπεριφοράς** του περιβάλλοντος και εφαρμογή κάποιας ***behavior policy***

Στο παρόν βήμα n ο ***agent*** **εκτιμά** τους ***Q-factors*** και τα αναμενόμενα ***costs-to-go*** $J_n(j)$ για καταστάσεις j που προκύπτουν με ***greedy estimation policy*** (μη ταυτιζόμενη με την ***behavior policy*** που δημιούργησε την τροχιά της κατάστασης του περιβάλλοντος)

Η μέση τιμή (***average***) στον υπολογισμό των ***Q-factors*** αντί της μέσης προβλεπόμενης κατάστασης που απαιτεί γνώση των $p_{ij}(a)$ προσεγγίζεται από την θεώρηση μιας τροχιάς και σε συνέχεια υπολογισμό μέσων όρων πολλαπλών ανεξάρτητων τροχιών

Για ζεύγος $(i,a) = (i_n, a_n)$ επαναληπτικός αλγόριθμος υπολογίζει τα $Q_{n+1}(i,a)$ από $Q_n(i,a)$ ως εξής:

- $Q_{n+1}(i,a) = (1-\eta_n)Q_n(i,a) + \eta_n[g(i,a,j) + \gamma J_n(j)]$
- $J_n(j) = \min_{b \in \mathcal{A}_j} Q_n(j,b)$ όπου $j = i_{n+1}$ η **επόμενη** κατάσταση της $i = i_n$
- $Q_{n+1}(i,a) = Q_n(i,a)$ για όλα τα υπόλοιπα ζεύγη $(i,a) \neq (i_n, a_n)$
- Με την πρόοδο των επαναλήψεων $Q_n(i,a) \to Q^*(i,a)$
- Η ***learning parameter*** η_n είναι φθίνουσα ως προς n, π.χ. $\eta_n = \alpha/(\beta + n)$ με α, β θετικά

Επειδή τροχιές με ***greedy*** αποφάσεις (***exploitation***) μπορεί να αγνοήσουν επιλογές καταστάσεων λόγω εκκίνησης από μια κατάσταση, απαιτείται προσομοίωση πολλαπλών **τροχιών** για επισκέψεις σε ευρύ φάσμα καταστάσεων (***exploration***). Το εύρος της αναζήτησης ενισχύεται με απόφαση ***greedy*** με πιθανότητα $(\mathbf{1} - \boldsymbol{\epsilon})$ ή άλλης με πιθανότητα $\boldsymbol{\epsilon}$

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΜΑΘΗΣΗ

Κατανεμημένη Υλοποίηση Ενισχυτικής Μάθησης

Μοντέλο Συνεργατικής Βελτιστοποίησης μέσω Πολλαπλών Αυτόνομων Agents

Η κατανεμημένη συνεργατική βελτιστοποίηση κωδικοποιήθηκε σαν ***Multi-Agent Reinforcement Learning – MARL*** από τον ***Michael Littman*** το 1994
https://www2.cs.duke.edu/courses/spring07/cps296.3/littman94markov.pdf

- Επέκταση του Δυναμικού Προγραμματισμού με συνεργασία (***cooperative zero-sum game***) 2+ αυτόνομων ***agents***
- Κάθε agent παίρνει αποφάσεις προς βέλτιστες πολιτικές που επηρεάζονται από τις πολιτικές των αυτόνομων συνεργατών του σύμφωνα με μοντέλο ***Markov*** (***Stochastic***) ***Game***
- Κατανεμημένη υλοποίηση αλγορίθμου ***Q-Learning*** με ***ασύγχρονα updates*** μεταξύ των ***agents***
- Ορισμός των ***Q-factors*** σαν ***minimax Q-factors*** ώστε να εξαρτώνται και από τις αποφάσεις των συνεργαζομένων ***agents***.
- Ο υπολογισμός των ***minimax Q-factors*** μπορεί να γίνεται με επαναληπτική εφαρμογή ***Linear Programs*** αλλά με σημαντική υπολογιστική επιβάρυνση. Πρακτικά και για συγκεκριμένες εφαρμογές μπορεί να είναι εξαιρετικά απλός ή να αντιμετωπιστεί με γρήγορους ευριστικούς αλγορίθμους

Εφαρμογή μεγάλης κλίμακας (**73,000** ***agents/routers***) στο ***Border Gateway Protocol*** (***BGP***) για δρομολόγηση προς τα **1,100,000** ***γνωστά δίκτυα*** του παγκόσμιου ***Internet***

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΜΑΘΗΣΗ

Παράδειγμα Δυναμικού Προγραμματισμού: Δρομολόγηση BGP στο Internet - RFC 4271 (1/7)

Υλικό από Παρουσιάσεις Μαθήματος Διαχείριση Δικτύων – Ευφυή Δίκτυα ΣΗΜΜΥ Ε.Μ.Π.

https://webvm.netmode.ntua.gr/courses/wp-content/uploads/2019/10/NetMan_2019_10_14.pdf

Το παγκόσμιο ***Internet*** αποτελείται (*6/2021*) από $\sim \mathbf{1,100,000}$ γνωστά δίκτυα τελικούς προορισμούς (π.χ. Δίκτυο ΕΜΠ, IP: 147.102.0.0/16), οργανωμένα σε $\sim \mathbf{73,000}$ Αυτόνομα Συστήματα (***Autonomous Systems, AS***) με διαχειριστική αυτονομία (π.χ. GRNET/ΕΔΙΤΕ, Autonomous System Number - ***ASN 5408***)

Η δρομολόγηση εντός Αυτόνομης Κοινότητας γίνεται με βάση κεντρικά ρυθμιζόμενα πρωτόκολλα (***Interior Gateway Protocols*** – ***IGP***, π.χ. OSPF) ενώ μεταξύ των $\mathbf{73,000}$ AS's μέσω γενικών πινάκων δρομολόγησης σε συνοριακούς δρομολογητές (***Border Gateways***, ***Border Routers***) με καταχωρήσεις για όλα τα $\sim \mathbf{1,100,000}$ γνωστά δίκτυα του ***Internet***

Η δημιουργία – ανανέωση των γενικών πινάκων δρομολόγησης (***σε ηλεκτρονική μνήμη των Border Gateways***) ***γίνεται με το Border Gateway Protocol – BGP*** **(RFC 4271)**

- Οι ***Border Routers*** (***Gateways***) των ***AS*** ανακοινώνουν (μέσω ***BGP signaling***) στα $\mathbf{73,000}$ ***AS***'s του ***Internet*** τα $\mathbf{1,100,000}$ δίκτυα – τελικούς προορισμούς τα οποία είτε ανήκουν σε αυτά ή είναι προσπελάσιμα (***reachable***) διαμέσου αυτών, με εκτιμήσεις κόστους (βάρους) βέλτιστων ***inter-AS*** δρόμων προς κάθε δίκτυο - προορισμό
- Οι ***Border Gateways*** υπολογίζουν αυτόνομα βέλτιστες διαδρομές προς όλους τους τελικούς προορισμούς με βάση τις προτιμήσεις (πολιτικές) των διαχειριστών τους, όποτε κρίνουν πως αλλαγές τοπολογίας ή πολιτικής ή επίδοσης επιβάλλουν ανανέωση δρόμων
- Ο κατανεμημένος προσδιορισμός βέλτιστης δρομολόγησης ορίζει κόστη προς τους $\mathbf{1,100,000}$ τελικούς προορισμούς βάση πληροφοριών ***reachability*** και μετρήσεων κόστους διασύνδεσης προς τα γειτονικά ***AS***. Βασίζεται στον Αλγόριθμο ***Bellman – Ford***

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΜΑΘΗΣΗ

Παράδειγμα Δυναμικού Προγραμματισμού: Δρομολόγηση BGP στο Internet - RFC 4271 (2/7)

Αλγόριθμος Distance Vector (Bellman – Ford)
BGP (Bellman – Ford)

- Οι συνοριακοί δρομολογητές (***Border Gateways***) κάθε Αυτόνομης Περιοχής (***AS***) εντοπίζουν τους βέλτιστους δρόμους (***shortest paths***) ενδιάμεσων και τελικού ***AS*** προς όλα τα γνωστά δίκτυα προορισμούς εκτελώντας αλγόριθμο βασισμένο στον δυναμικό προγραμματισμό (***dynamic programming***) που εισήγαγε ο ***Bellman***

- Χρειάζεται γνώση διανυσμάτων κόστους (βαρών) των άμεσων συνδέσεων (***Inter AS Interfaces***) και εκτιμήσεις κόστους (αποστάσεις, ***distance vectors***) προς όλα τα γνωστά δίκτυα προορισμούς στο ***Internet*** (**1,100,000+**, *7/2022*)

- Η βελτιστοποίηση βασίζεται σε κατανεμημένο αλγόριθμο ***Bellman - Ford*** που υλοποιείται μέσω σηματοδοσίας ανακοινώσεων (***BGP Announcements***) μεταξύ όλων των (**73,000+**, *10/2022*) Αυτόνομων Περιοχών (***AS***) του ***Internet*** με πληροφορίες δρομολόγησης και εκτιμήσεις κόστους

- Από τη σκοπιά του ***Reinforcement Learning*** το ***BGP*** μπορεί να θεωρηθεί κατανεμημένη επέκταση του Δυναμικού Προγραμματισμού με συνεργασία (***cooperative game***) **73,000** αυτόνομων ***Agents***

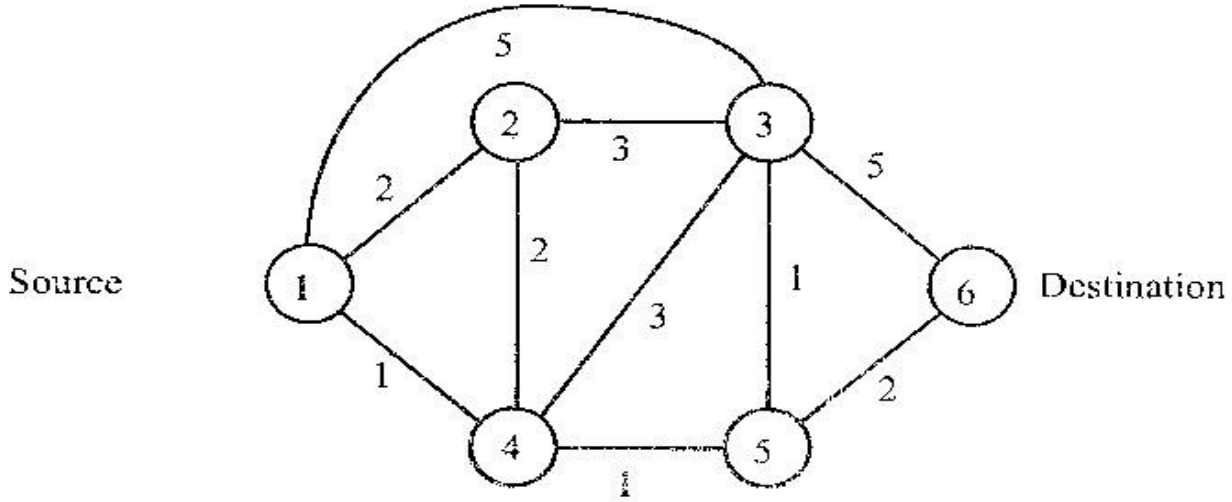
Το BGP αποτελεί κύριο παράγοντα επιτυχίας της παγκόσμιας επανάστασης του *Internet*

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΜΑΘΗΣΗ

Παράδειγμα Δυναμικού Προγραμματισμού: Δρομολόγηση BGP στο Internet - RFC 4271 (3/7)

Δίκτυο (Γράφος) Αναφοράς Παραδείγματος, $N = 6$ Κόμβων

- Οι κόμβοι του γράφου παριστούν τα διάφορα ***AS*** του ***Internet***
- Τα δίκτυα πηγής και προορισμού των χρηστών είναι ενσωματωμένα στους κόμβους (***AS***) ***Source*** – ***Destination*** του γράφου
- Τα κόστη των γραμμών του γράφου αφορούν και στις 2 κατευθύνσεις και εκτιμώνται από τους άμεσα συνδεόμενους κόμβους (***Border Gateways***) με βάση προτιμήσεις των διαχειριστών
- Στο παράδειγμα που ακολουθεί υπολογίζονται δένδρα ελαχίστων δρόμων (***shortest path trees***) από όλους τους κόμβους (***AS***) προς την ***ρίζα*** $\{6\}$
- Η επιλογή του ρόλου της ρίζας του δένδρου (πηγή ή προορισμός) έγινε αυθαίρετα. Οι αλγόριθμοι ισχύουν κατ' αναλογία για αντίστροφους ρόλους ρίζας



ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΜΑΘΗΣΗ

Παράδειγμα Δυναμικού Προγραμματισμού: Δρομολόγηση BGP στο Internet - RFC 4271 (4/7)

Υπολογισμός Δένδρου Ελάχιστων Δρόμων (Shortest Path Tree) προς $\{6\}$

Εφαρμογή Αλγορίθμου *Q*-Learning (*Off-policy*) με *Asynchronous Updates*

$\{i\}$ Κατάσταση (***State***) του γράφου, κόμβος (***AS***) $i = 1,2,\dots,N$ (στο παράδειγμα $N = 6$, μέχρι $80{,}000$ στο ***Internet***)

$P^{(n)}(i)$ Απόφαση (***Action***): Επόμενος κόμβος (***AS***) από τον $\{i\}$ προς τον $\{6\}$, ενδιάμεσος ή τελικός στην επανάληψη (***Iteration***) n

d_{ij} Κόστος (βάρος) γραμμής (i,j) στην επανάληψη n (***Transtion Cost***) ρυθμιζόμενο από την πολιτική δρομολόγησης του $\{i\}$ ή/και απευθείας μετρήσεις των αμέσων γειτόνων $\{i,j\}$. Αν $d_{ij} = c, \forall(i,j) \Rightarrow$ ***min hop routing***

$L^{(n)}(i)$ ***Labels***, ***Q-Factors*** $L^{(n)}(i) \triangleq Q(i,P^{(n)}(i))$: Εκτιμήσεις ελάχιστου κόστους από τον $\{i\}$ προς τον $\{6\}$ στην επανάληψη n (ανανεώνονται ***ασύγχρονα***, σύμφωνα με τις ***πιο πρόσφατες εκτιμήσεις*** ανάλογα με την σειρά εκτέλεσης των ανανεώσεων – ***updates***). Οι τροχιές (***trajectories***) αφορούν στις επιλογές δρόμων από τον $\{i\}$ προς τον $\{6\}$ σε κάθε επανάληψη

Περιγραφή Αλγορίθμου Bellman – Ford

- Αρχικά έχουμε $L_i^{(0)} = \infty \;\; \forall i \neq 6, \;\; L_6^{(n)} = 0 \;\; \forall n,$
- Σε κάθε διαδοχική επανάληψη (***iteration***) $n = 1,2,\dots$ και $\forall i$ ανανεώνουμε ***ασύγχρονα*** τις εκτιμήσεις ελαχίστου κόστους από την παρούσα κατάσταση προς τον προορισμό με βάση τις σχέσεις του Δυναμικού Προγραμματισμού σύμφωνα με τις πιο πρόσφατες εκτιμήσεις (***updates***) των $L_j^{(n)}$ για όλους τους άμεσους γείτονες j του i:

$$L_i^{(n+1)} = \min_j \left\{ L_j^{(n)} + d_{ij} \right\} \forall i \neq 6$$

- Αν $L_i^{(n+1)} = L_i^{(n)} \;\; \forall i$ σταματάμε τον αλγόριθμο και προσδιορίζουμε τους βέλτιστους δρόμους από όλα τα $\{i\}$ προς τον προορισμό $\{6\}$ σύμφωνα με τις αποφάσεις $P^{(n)}(i)$ σαν ***Shortest Path Tree*** με ρίζα τον $\{6\}$
- Πολυπλοκότητα αλγορίθμου: $O(N^3)$

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΜΑΘΗΣΗ

Παράδειγμα Δυναμικού Προγραμματισμού: Δρομολόγηση BGP στο Internet - RFC 4271 (5/7)

Εκτέλεση Αλγορίθμου για Προορισμό {6}

Παράδειγμα: INITIAL LABELS: L(1)=L(2)=...=L(5)= ∞, L(6)=0

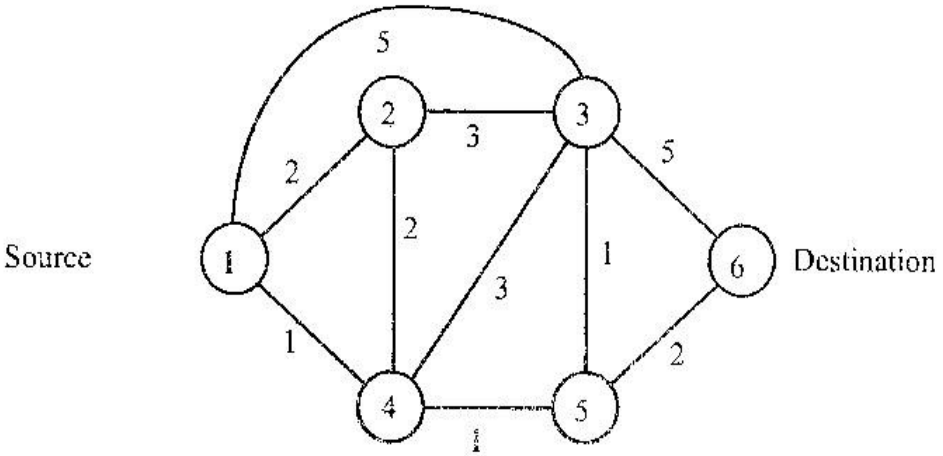
UPDATE ORDER 5,4,3,2,1

Iteration Number	Labels L(n), Current Predecessor Node P(n)									
	L(5), P(5)		L(4), P(4)		L(3), P(3)		L(2), P(2)		L(1), P(1)	
1	2	6	3	5	3	5	5	4	4	4
2	2	6	3	5	3	5	5	4	4	4

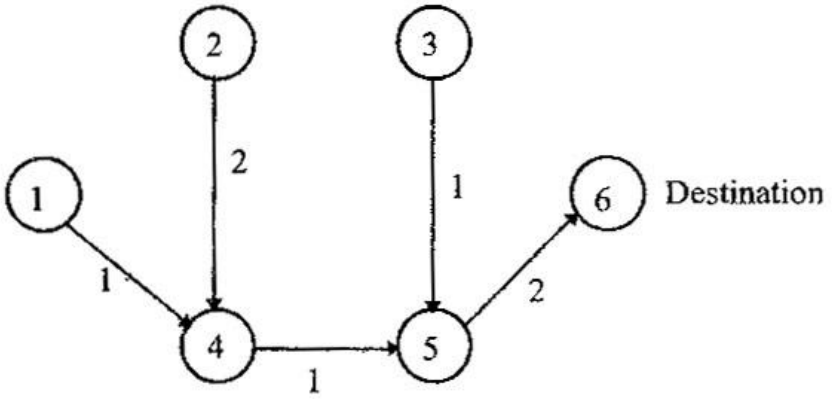
UPDATE ORDER 1,2,3,4,5

Iteration Number	Labels L(n), Current Predecessor Node P(n)									
	L(1), P(1)		L(2), P(2)		L(3), P(3)		L(4), P(4)		L(5), P(5)	
1	∞	-	∞	-	5	6	**8**	**3**	2	6
2	**9**	**4**	8	3	3	5	3	5	2	6
3	4	4	5	4	3	5	3	5	2	6
4	4	4	5	4	3	5	3	5	2	6

Η ταχύτητα σύγκλησης εξαρτάται από την σειρά ανανέωσης των Labels των κόμβων



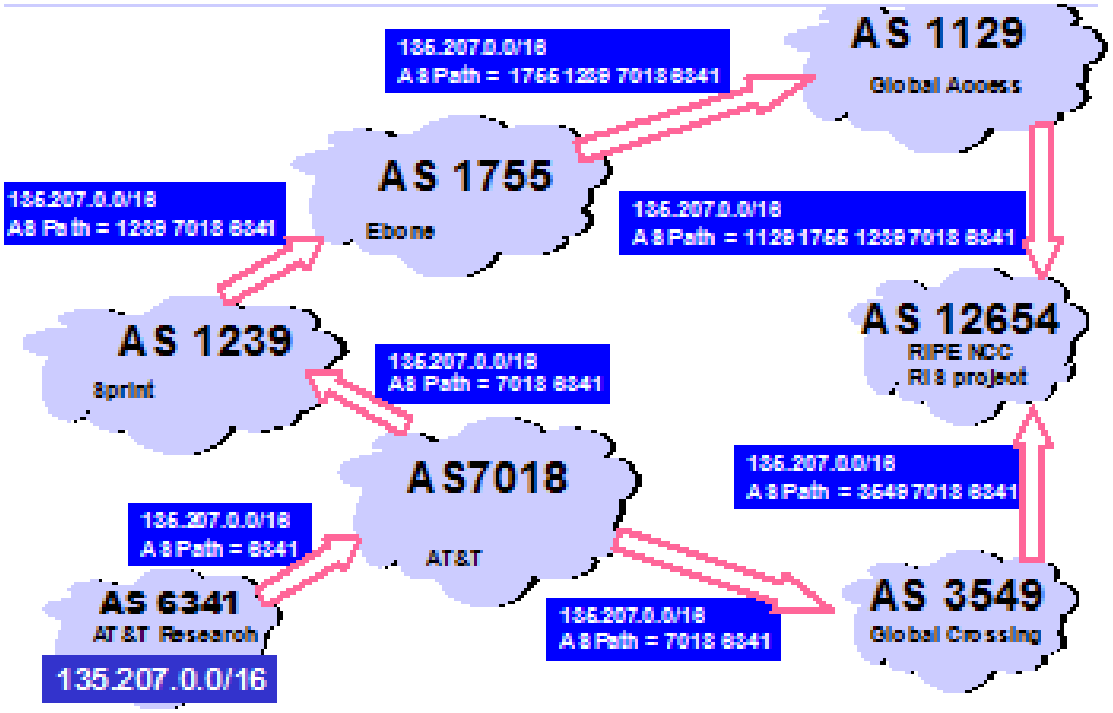
SHORTEST PATH TREE



Παράδειγμα Δυναμικού Προγραμματισμού: Δρομολόγηση BGP στο Internet - RFC 4271 (6/7)

Παράδειγμα Μάθησης - Ανακοίνωσης Δικτύου 135.207.0.0/16

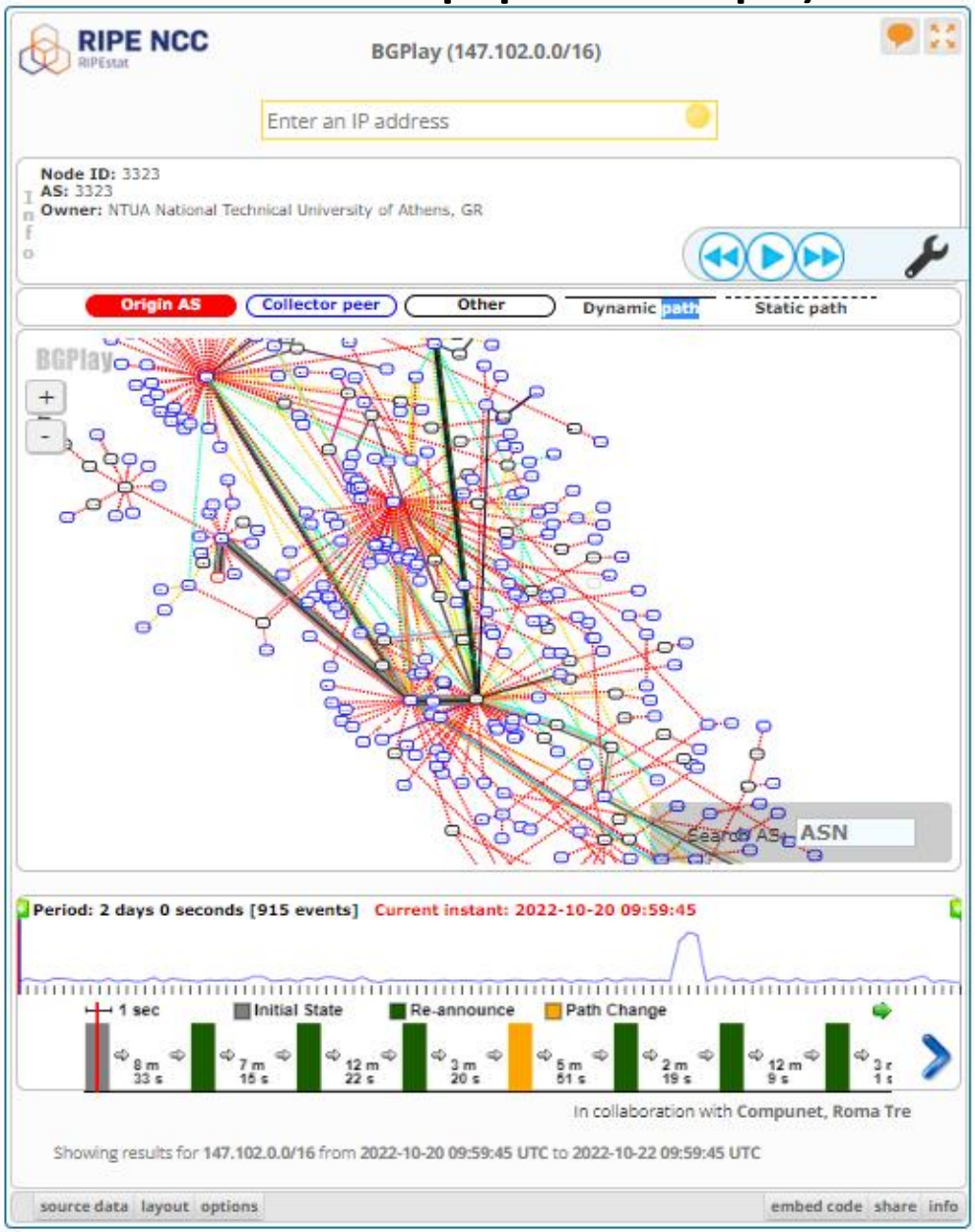
(από παρουσίαση του Timothy G. Griffin, AT&T Research, Paris 2002)



ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΜΑΘΗΣΗ

Παράδειγμα Δυναμικού Προγραμματισμού: Δρομολόγηση BGP στο Internet - RFC 4271 (7/7)

Εικόνα των Δρόμων BGP προς το ntua.gr – 147.102.0.0/16 (22-10-2022)



https://stat.ripe.net/widget/bgplay

NTUA (*AS*: 3323)
GRNET (*AS*: 5408)
GÉANT (*AS*: 21320)

GÉANT Internet Feeds

- **LEVEL3 (*AS*: 3356)**
- **COGENT 174 (*AS*: 174)**
- **HURRICANE US (*AS*: 6939)**
- **NORDUnet (*AS*: 2603)**